Contrôle des connaissances du chapitre 1

A. Questions de cours

1) Le taux d'intérêt exigé par le prêteur sur une opération financière est déterminé par les trois facteurs suivants :
   - la préférence du prêteur pour le présent qui implique une rémunération pour la non disponibilité des fonds pendant la durée de l'opération,
   - la perte de pouvoir d'achat liée à l'inflation pendant la durée de l'opération,
   - le risque de non-paiement par l'emprunteur.

Les deux premiers facteurs correspondent au prix du temps. Le troisième facteur correspond au prix du risque.

2) La valeur actuelle d'une somme S_t perçue dans t années est le montant S_0 tel qu'un individu rationnel est indifférent à recevoir immédiatement ou S_t dans t années. Si i est le taux d'intérêt exigé sur un placement à t années, $S_0 = S_t / (1+i)^t$.

3) Le nombre de jours dans la période d'emprunt est (31–20)+30+31+30+31+31+10 = 174. Le montant reçu en date initiale est $200\,000\left(1 - 1{,}5\% \times \dfrac{174}{360}\right) = 198\,550$ € . Le montant payé en date finale est le principal de 200 000 €.

4) Notons N le nombre de jours dans l'année. $i_{fine} = \dfrac{i_{esc}}{1 - \dfrac{n}{N} i_{esc}}$.

5) $i_{mensuel} = (1+i)^{1/12} - 1$.

6) En base 30/360, le nombre de jours du 15 juillet au 5 septembre est égal à (30–15)+30+5 = 50. I = 25 000×1%×(50/360) = 34,72 €.

7) La valeur actuelle est $M \times \exp(-rx)$.

B. Exercices d'application

Exercice 1.1

1) $60\,000 \times \left(1 + 5\% \left(6 + \dfrac{2}{12}\right)\right) = 78\,500$ € .

2) $60\,000 \times (1 + 5\%)^{6+2/12} = 81\,062{,}24$ € .

3) $60\,000\times(1+5\%)^6\left(1+5\%\dfrac{2}{12}\right)=81\,075{,}79$ €.

4) Sous l'hypothèse de la question 3), les intérêts perçus s'élèvent à :

81 075,79 – 60 000 = 21 075,79.

Intérêts produits par le capital :

$60\,000\times 5\%\times\left(6+\dfrac{2}{12}\right)=18\,500$ €.

Intérêts produits par les intérêts :

21 075,79 – 18 500 = 2 575,79 €.

Exercice 1.2

1) Pour comparer A et B, il faut comparer leurs taux effectifs. Le taux effectif du placement A est son taux facial puisque les intérêts sont post-comptés. Le taux effectif du placement B est $i_{eff}^{B}=\dfrac{1{,}99\%}{1-\dfrac{1{,}99\%}{2}}=2{,}01\%$. B offrant un taux effectif légèrement supérieur à celui de A, il lui est préféré.

2) La somme S récupérée à l'issue des six mois est telle que :

$S-S\times\dfrac{1{,}99\%}{2}=10\,000\Leftrightarrow S=\dfrac{10\,000}{1-\dfrac{1{,}99\%}{2}}=10\,100{,}50$ €.

Exercice 1.3

1) La valeur acquise au bout des trois ans de différé est $20\,000\times(1+1\%)^3=20\,606{,}02$ €.

2) Le capital initial de l'emprunt est $K_0=20\,606{,}02$. Le taux d'intérêt mensuel est de 1%/12 = 0,0833%. L'annuité de l'emprunt est une mensualité égale à :

$$a=\frac{20\,606{,}02\times\dfrac{1\%}{12}}{1-\left(1+\dfrac{1\%}{12}\right)^{-5\times 12}}=352{,}23.$$

A la première ligne du tableau d'amortissement, $K_0=20\,606{,}02$, $I_1=20\,606{,}02\times\dfrac{1\%}{12}=17{,}17$, $a=352{,}23$, $m_1=352{,}23-17{,}17=335{,}06$ et $K_1=20\,606{,}02-335{,}06=20\,270{,}96$. Les amortissements des mois suivants s'établissent selon la formule $m_t = m_1\left(1+\frac{1\%}{12}\right)^{t-1}$ pour le t[ème] mois. Le tableau d'amortissement complet s'établit comme suit.

Mois	Capital restant dû en début de mois	Intérêt	Amortissement	Mensualité	Capital restant dû en fin de mois
1	20 606,02	17,17	335,06	352,23	20 270,96
2	20 270,96	16,89	335,34	352,23	19 935,62
3	19 935,62	16,61	335,62	352,23	19 599,99
4	19 599,99	16,33	335,90	352,23	19 264,09
5	19 264,09	16,05	336,18	352,23	18 927,91
6	18 927,91	15,77	336,46	352,23	18 591,45
7	18 591,45	15,49	336,74	352,23	18 254,71
8	18 254,71	15,21	337,02	352,23	17 917,69
9	17 917,69	14,93	337,30	352,23	17 580,39
10	17 580,39	14,65	337,58	352,23	17 242,80
11	17 242,80	14,37	337,87	352,23	16 904,94
12	16 904,94	14,09	338,15	352,23	16 566,79
13	16 566,79	13,81	338,43	352,23	16 228,36
14	16 228,36	13,52	338,71	352,23	15 889,65
15	15 889,65	13,24	338,99	352,23	15 550,66
16	15 550,66	12,96	339,28	352,23	15 211,38
17	15 211,38	12,68	339,56	352,23	14 871,83
18	14 871,83	12,39	339,84	352,23	14 531,99
19	14 531,99	12,11	340,12	352,23	14 191,86
20	14 191,86	11,83	340,41	352,23	13 851,45
21	13 851,45	11,54	340,69	352,23	13 510,76
22	13 510,76	11,26	340,98	352,23	13 169,79
23	13 169,79	10,97	341,26	352,23	12 828,53
24	12 828,53	10,69	341,54	352,23	12 486,98
25	12 486,98	10,41	341,83	352,23	12 145,16
26	12 145,16	10,12	342,11	352,23	11 803,04
27	11 803,04	9,84	342,40	352,23	11 460,64
28	11 460,64	9,55	342,68	352,23	11 117,96
29	11 117,96	9,26	342,97	352,23	10 774,99
30	10 774,99	8,98	343,25	352,23	10 431,74
31	10 431,74	8,69	343,54	352,23	10 088,20
32	10 088,20	8,41	343,83	352,23	9 744,37
33	9 744,37	8,12	344,11	352,23	9 400,26
34	9 400,26	7,83	344,40	352,23	9 055,85
35	9 055,85	7,55	344,69	352,23	8 711,17
36	8 711,17	7,26	344,97	352,23	8 366,19
37	8 366,19	6,97	345,26	352,23	8 020,93
38	8 020,93	6,68	345,55	352,23	7 675,38
39	7 675,38	6,40	345,84	352,23	7 329,54

40	7 329,54	6,11	346,13	352,23	6 983,42
41	6 983,42	5,82	346,41	352,23	6 637,00
42	6 637,00	5,53	346,70	352,23	6 290,30
43	6 290,30	5,24	346,99	352,23	5 943,31
44	5 943,31	4,95	347,28	352,23	5 596,02
45	5 596,02	4,66	347,57	352,23	5 248,45
46	5 248,45	4,37	347,86	352,23	4 900,59
47	4 900,59	4,08	348,15	352,23	4 552,44
48	4 552,44	3,79	348,44	352,23	4 204,00
49	4 204,00	3,50	348,73	352,23	3 855,27
50	3 855,27	3,21	349,02	352,23	3 506,25
51	3 506,25	2,92	349,31	352,23	3 156,94
52	3 156,94	2,63	349,60	352,23	2 807,34
53	2 807,34	2,34	349,89	352,23	2 457,44
54	2 457,44	2,05	350,19	352,23	2 107,25
55	2 107,25	1,76	350,48	352,23	1 756,78
56	1 756,78	1,46	350,77	352,23	1 406,01
57	1 406,01	1,17	351,06	352,23	1 054,94
58	1 054,94	0,88	351,35	352,23	703,59
59	703,59	0,59	351,65	352,23	351,94
60	351,94	0,29	351,94	352,23	0,00

Exercice 1.4

Notons n_t le nombre théorique d'obligations remboursées en année *t*. n_1 est tel que :

$$\sum_{t=1}^{7} n_1 (1+4\%)^{t-1} = 200\,000 \Leftrightarrow n_1 = \frac{200\,000 \times 4\%}{(1+4\%)^7 - 1} = 25\,321{,}92 .$$

A partir de là, $n_t = n_1 (1+4\%)^{t-1}$. Les nombres théoriques sont ensuite arrondis à l'entier le plus proche et n_7 est ajusté pour que la somme des nombres arrondis soit égale à 200 000. Les résultats sont donnés dans le tableau ci-dessous.

Année	Nombre théorique d'obligations remboursées	Nombre réel d'obligations remboursées
1	25 321,92	25 322
2	26 334,80	26 335
3	27 388,19	27 388
4	28 483,72	28 484
5	29 623,07	29 623
6	30 807,99	30 808
7	32 040,31	32 040
	Total	200 000